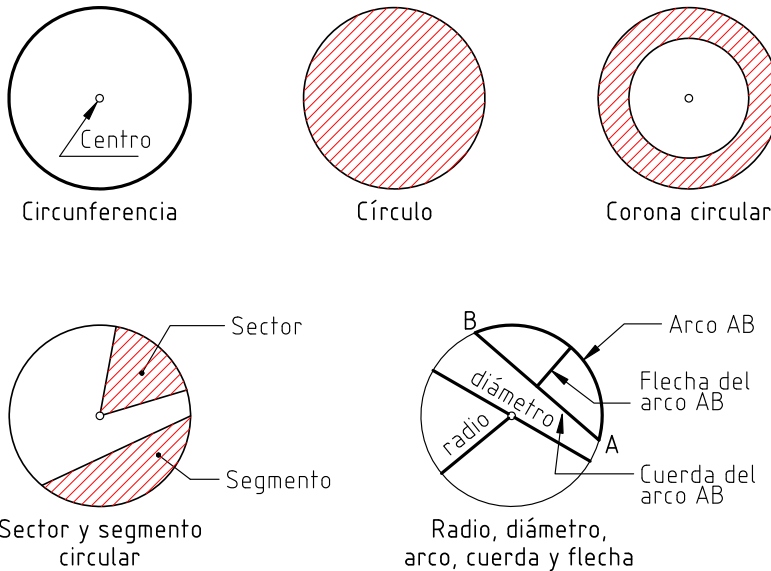


B4 La circunferencia



Circunferencia

La circunferencia es una línea curva, cerrada y plana, cuyos puntos equidistan de otro de su plano e interior llamado **centro**. Esa equidistancia es el **radio** de la circunferencia.

Círculo

Círculo es la parte del plano limitada por una circunferencia.

Elementos de la circunferencia

- **Radio** de una circunferencia es el segmento que une el centro con uno cualquiera de sus puntos. Todos los radios de una circunferencia son iguales.
- **Cuerda** es el segmento que une dos puntos de una circunferencia.
- **Diámetro** es la cuerda que pasa por el centro. El diámetro mide dos radios y es la mayor de las cuerdas.

Un diámetro divide a la circunferencia en dos semicircunferencias y al círculo en dos semicírculos.

- **Arco** es una parte de la circunferencia limitada por dos puntos llamados extremos.

Dos arcos son iguales si se pueden superponer de manera que todos los puntos de uno coincidan con los del otro. Para que esto pueda suceder han de tener igual radio.

- **Cuadrante** es la cuarta parte de la circunferencia.

Relaciones entre los arcos y las cuerdas correspondientes

- Si dos arcos son iguales, las cuerdas que los subtienden también son iguales. En una circunferencia o en circunferencias iguales, a arcos iguales corresponden cuerdas iguales, y viceversa.
- Si dos arcos menores que media circunferencia son desiguales, a mayor arco corresponde mayor cuerda, aunque los arcos no son proporcionales a sus cuerdas.
- El diámetro es mayor que cualquier cuerda.

Diámetro perpendicular a una cuerda

El diámetro perpendicular a una cuerda divide a ésta y a los arcos que ella subtiende en dos partes iguales.

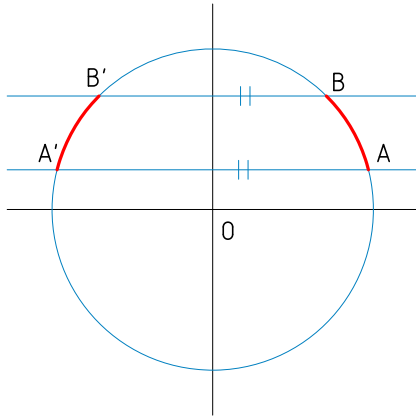
- Las mediatrices de las cuerdas pasan por el centro.
- Dos diámetros perpendiculares dividen a la circunferencia en cuatro partes iguales llamadas cuadrantes.

Arcos de una circunferencia comprendidos entre rectas paralelas

Arcos de una circunferencia comprendidos entre rectas paralelas son iguales.

Consecuencias:

- Dos circunferencias son siempre simétricas respecto a la recta que une sus centros.
- Si dos circunferencias son secantes, la recta que une los centros es mediatriz de la cuerda común.
- La recta que une los centros de dos circunferencias tangentes pasa por el punto de tangencia.



Los arcos AB y B'A' son iguales

Segmento, sector y corona circular

Segmento circular es la parte de la circunferencia limitada por un arco y su cuerda.

Flecha de un segmento o de un arco es el segmento que une el punto medio de la cuerda con el punto medio del arco.

Sector circular es la parte de círculo limitada por un arco y los dos radios que van a sus extremos.

Corona circular es la parte del círculo limitada por dos circunferencias concéntricas (que tienen el mismo centro).

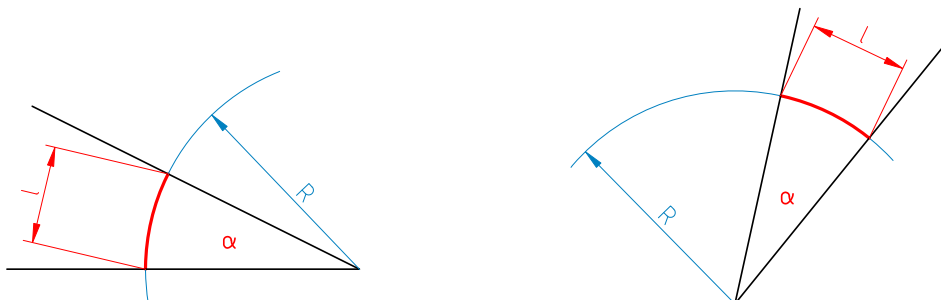
Arco correspondiente de un ángulo

Es un arco de circunferencia trazado con un radio cualquiera, haciendo centro en el vértice y comprendido entre los lados.

Si dos ángulos son iguales, sus arcos correspondientes, descritos con el mismo radio, son iguales.

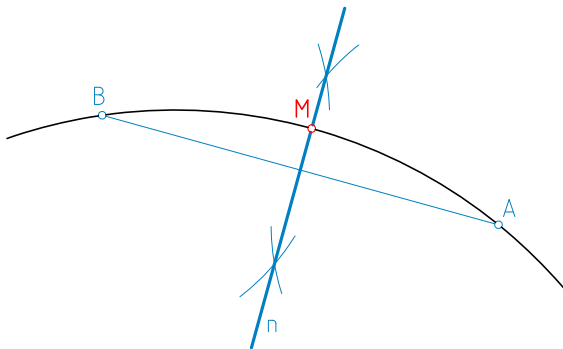
Si dos arcos de igual radio son iguales, sus ángulos correspondientes también son iguales.

Un ángulo y su arco correspondiente están ligados de tal manera que sirve cada uno de ellos para medir e identificar al otro.



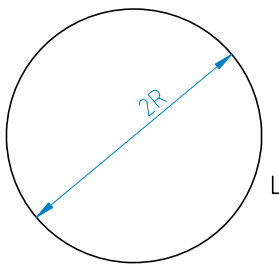
Punto medio de un arco

Es la intersección del arco con la mediatriz de su cuerda.



Razón de la circunferencia y su diámetro.

Si se mide la longitud de la circunferencia y la del diámetro de diversos objetos circulares se puede observar que la razón entre ellos es una constante que llamamos número PI.



$$PI = L/2R = 3,1459\dots$$

Ángulos en la circunferencia

Complementarios son aquellos que suman un cuadrante, cada uno es **complemento** del otro.

Suplementarios son aquellos que suman media circunferencia, cada uno es **suplemento** del otro.

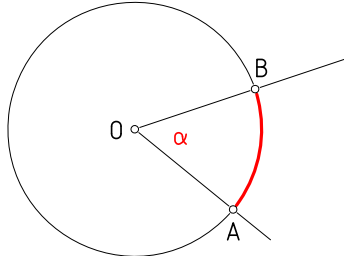
Ángulo central

Es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia, sus lados son radios.

La medida de un arco es la de su ángulo central y viceversa, la medida de un ángulo es la de su arco correspondiente.

Los ángulos centrales son directamente proporcionales a sus arcos correspondientes.

El ángulo central de un cuadrante es recto.

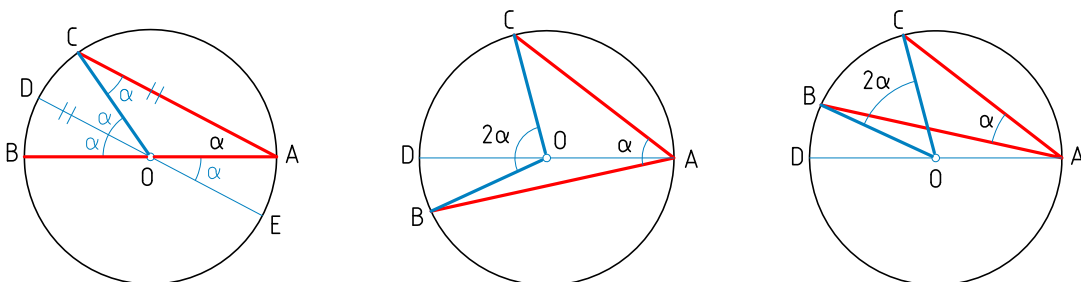


En la circunferencia de centro O al ángulo α le corresponde el arco AB y viceversa.

Ángulo inscrito es el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas.

La medida de un ángulo inscrito es la mitad del arco comprendido entre sus lados.

Todos los ángulos inscritos en el mismo arco son iguales.



- Primer caso: un lado del ángulo pasa por el centro.

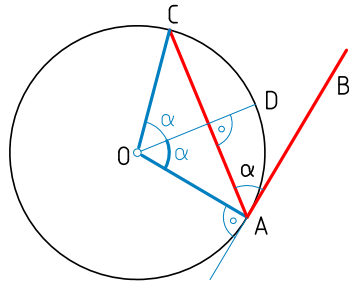
En la primera figura, trazando un diámetro paralelo al lado CA, se aprecia que los arcos BD, DC y AE son iguales, por lo que el ángulo BAC es mitad del central BOC.

- Segundo caso: un lado del ángulo no pasa por el centro.

En la segunda y tercera figura el ángulo inscrito BAC es la suma de CD más DB y la diferencia entre CD y BD, respectivamente.

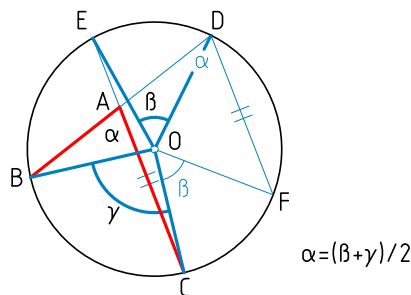
Ángulo semiinscritos es el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia y sus lados son uno cuerda y el otro tangente.

Como en el ángulo inscrito su valor es la mitad del central correspondiente.



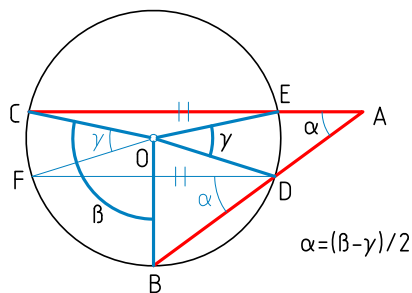
El ángulo BAC es igual, por tener los lados perpendiculares, al ángulo mitad AOD del central AOC; el ángulo BAC (semiinscrito) = $AC/2$.

Ángulo interior es el que tiene su vértice en un punto interior a la circunferencia. Su medida es la semisuma de los arcos comprendidos entre sus lados y sus prolongaciones.



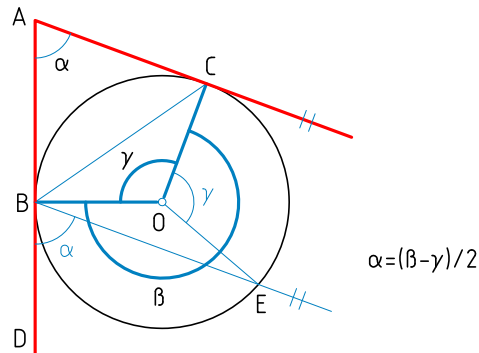
Prolongando el lado BA y trazando por D una paralela al otro lado se observa que el ángulo BAC(interior) = BDF(inscrito) = $(BC + CF)/2$.

Ángulo exterior es el que tiene su vértice en un punto exterior a la circunferencia y sus lados son secantes. Su medida es igual a la semirresta de los arcos comprendidos entre sus lados.



Trazando por D una paralela al lado AC se observa que los ángulos BAC (exterior) y BDF (inscrito) son iguales, también son iguales los arcos DE y CF. Así, el ángulo BAC = BDF = $(CB - CF)/2$.

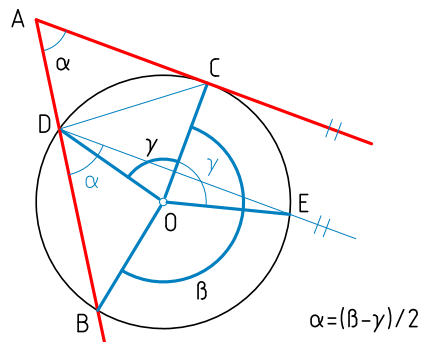
Ángulo circunscrito es el que tiene sus lados tangentes a la circunferencia. Se puede considerar como un caso particular de ángulos exteriores.



Trazando por B una paralela al lado AC se observa que los ángulos BAC(exterior) y DBE (semiinscrita) son iguales, también son iguales los arcos CB y EC.

Así, el ángulo $BCA = BDE = (BC - EC)/2$.

Ángulo semicircunscrito es el que tiene su vértice en un punto exterior a la circunferencia y sus lados son uno tangente y otro secante.



Trazando por D una paralela al lado AC se observa que los ángulos BAC(exterior) y BDE (inscrita) son iguales, también son iguales los arcos CD y EC.

Así, el ángulo $BAC = BDE = (BC - EC)/2$.